

# Potentiel et Probabilités

Bucarest, Janvier, 24, 25, 2019

## RÉSUMÉS

### LA THÉORIE AXIOMATIQUE DU POTENTIEL À BUCAREST: BOBOC-BUCUR-CONSTANTINESCU-CORNEA ET LES H-CÔNES

**Lucian Beznea (Bucarest, e-mail: lucian.beznea@imar.ro)**

Nous mettons en évidence quelques contributions roumaines dans la théorie axiomatique du potentiel, obtenues par Nicu Boboc, Gheorghe Bucur, Aurel Cornea et Corneliu Constantinescu. Dans le cadre des espace harmoniques, des cônes de potentiel et surtout des H-cônes, on développe la théorie de la réduite, des capacités, la dualité et bi-dualité.

### EXISTENCE ET MULTIPLICITÉ DE SOLUTIONS POUR UN PROBLÈME ELLIPTIQUE SINGULIER ET CRITIQUE FAISANT INTERVENIR L'OPÉRATEUR DU LAPLACIEN FRACTIONNAIRE

**Mounir Bezzarga (Tunis, e-mail: mounir.bezzarga@yahoo.fr)**

On étudie l'existence et la multiplicité des solutions non triviales d'un problème elliptique singulier et critique, faisant intervenir le laplacien fractionnaire  $(-\Delta)^\alpha$  sur un un domaine borné  $\Omega$  à frontière lipschitzienne dans  $\mathbb{R}^N$ , avec  $N > 2\alpha$  et l'exposant critique fractionnaire de Sobolev  $2_\alpha^* = \frac{2N}{N-2\alpha}$ . Pour prouver l'existence et la multiplicité de solutions, nous utilisons une méthode variationnelle et l'application fibration sur la variété de Nehari.

ON THE CONSTRUCTION OF MARKOV PROCESSES VIA  
POTENTIAL THEORETICAL TOOLS, WITH APPLICATIONS TO S(P)DES

[SUR LA CONSTRUCTION DES PROCESSUS DE MARKOV AVEC  
DES MÉTHODES DE LA THÉORIE DU POTENTIEL ET  
APPLICATIONS AUX ED(P) STOCHASTIQUES]

**Iulian Cîmpean (Bucarest, e-mail: iulian.cimpean@imar.ro)**

Given a (continuous-time) semigroup of kernels on a general measurable space, the famous Kolmogorov theorem ensures that it is always the transition function of a Markov process. However, such a "raw" Markov process is not enough from many points of view, unless it enjoys some additional path-continuity properties. The aim of this talk is to discuss some abstract potential theoretical tools that have been successfully used to construct path-continuous Markov processes, and we are motivated by some ongoing work (jointly with L. Beznea and M. Röckner) concerning the well-posedness of S(P)DEs with singular and measurable drifts.

MODÉLISATION STOCHASTIQUE DES AVALANCHES PAR DES  
PROCESSUS DE FRAGMENTATION-BRANCHEMENT

**Madalina Deaconu (Nancy, e-mail: madalina.deaconu@inria.fr)**

Dans cet exposé nous modélisons l'avalanche en la considérant comme un phénomène de fragmentation. Nous associons ensuite une équation différentielle stochastique à saut qui prend en compte certaines particularités physiques de l'avalanche. En utilisant des techniques du calcul stochastique, couplées à des résultats nouveaux de la théorie du potentiel, nous associons à ce processus un processus de branchement. Nous développons ensuite une approximation numérique probabiliste de ces objets. Cette approche numérique valide la propriété fractale qui est constatée dans le comportement des avalanches. Ces résultats sont issus d'une collaboration avec Lucian Beznea et Oana Lupaşcu-Stamate.

GROUPES ORDONNÉS: UNE CONSTRUCTION DE NOMBRES  
RÉELS DE GH. BUCUR

**Aurelian Gheondea (Ankara et Bucarest, e-mail: gheondea@theta.ro)**

Nous passons en revue la construction du champ complet ordonné de nombres réels en partant du champ ordonné des nombres rationnels par une théorie des groupes ordonnés du professeur Gh. Bucur.

# SYMÉTRIES CONTRE LOIS DE CONSERVATION DANS LES SYSTÈMES QUANTIQUES DYNAMIQUES

**Aurelian Gheondea (Ankara et Bucarest, e-mail: gheondea@theta.ro)**

Nous unifions les théorèmes de type Noether récents sur l'équivalence de symétries avec des lois de conservation pour des systèmes dynamiques d'opérations stochastiques, d'opérations quantiques et d'opérations stochastiques quantiques, au moyen de quelques résultats abstraits sur la propagation de points fixes pour des applications complètement positives sur des  $C^*$ -algèbres. Nous étendons la plupart des résultats existants avec des caractérisations en termes de générateurs infinitésimaux des semigroupes à un paramètre fortement continu. Au moyen d'un théorème ergodique pour les systèmes dynamiques des applications complètement positives sur des algèbres de von Neumann, nous montrons la consistance de la condition sur la déviation standard pour les systèmes dynamiques d'opérations quantiques, et donc des applications stochastiques quantiques aussi, dans le cas de l'espace de Hilbert sous-jacent de dimension infinie.

## NATURAL LOCAL TIMES [TEMPS LOCAUX NATURELS]

**Valentin Grecea (Bucarest, e-mail: valentin.grecea@imar.ro)**

In the abstract frame given by a filtered complete probability space we consider a random set  $M$  and we consider one of the local times of  $M$  which enjoys a natural measurability property, starting from a local time of 0 on the space  $W = \{w : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty]; w \text{ is r.c.l.l.}\}$  endowed with canonical structures.

## CONNECTIONS BETWEEN THE DIRICHLET AND NEUMANN PROBLEM FOR THE LAPLACE OPERATOR

[CONNEXIONS ENTRE LE PROBLÈME DE DIRICHLET ET DE  
NEUMANN PUR L'OPERATEUR DE LAPLACE]

**Mihai N. Pascu (Braşov, e-mail: mihai.pascu@unitbv.ro)**

In this talk we will present a survey of some recent results concerning the connections (equivalence) between the Dirichlet and the Neumann problem for the Laplace operator, and some of their applications.

The talk is based on the joint work [1,2,3] with L. Beznea (IMAR, Bucharest) and N. R. Pascu (Kennesaw State University, USA).

## References:

- [1] L. Beznea, M. N. Pascu, N. R. Pascu, *Brosamler's formula revisited and extensions*, preprint (2018).
- [2] L. Beznea, M. N. Pascu, N. R. Pascu, Connections between the Dirichlet and the Neumann problem for continuous and integrable boundary data. In: *Stochastic Analysis and Related Topics*, Progress in Probability **72** (2017), Birkhauser, pp. 85–97.
- [3] L. Beznea, M. N. Pascu, N. R. Pascu, An Equivalence Between the Dirichlet and the Neumann Problem for the Laplace Operator, *Potential Analysis* **44** (2016), 655–672.

## SUR LES HYPOTHÈSES OPTIMALES DANS DEUX RÉSULTATS CLASSIQUES D'ANALYSE

**Vicențiu Rădulescu (Craiova, e-mail: vicentiu.radulescu@imar.ro)**

Nous rapportons sur deux résultats classiques, à savoir le théorème de Keller-Osserman sur l'existence des solutions singulières sur le bord et le principe du maximum fort de Pucci-Serrin. Dans les deux cas, nous montrons que l'hypothèse de la monotonie globale n'est pas nécessaire et que la croissance de la non-linéarité est la seule hypothèse nécessaire.

## Références:

- [1] S. Dumont, L. Dupaigne, O. Goubet, V. Rădulescu, Back to the Keller-Osserman condition for boundary blow-up solutions, *Advanced Nonlinear Studies* **7** (2007), 271–298.
- [2] N. Papageorgiou, V. Rădulescu, D. Repovš, *Modern Nonlinear Analysis - Theory*, Springer Monographs in Mathematics, Springer, Berlin, 2019.
- [3] P. Pucci, V. Rădulescu, The maximum principle with lack of monotonicity, *Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations* 2018, No. **58**, 1–11.

## L'INÉGALITÉ D'HERMITE-HADAMARD GÉNÉRALISÉE SUR LES SIMPLEXES

**Eleutherius Symeonidis (Eichstätt et Bucarest, e-mail: E.Symeonidis@ku.de)**

Soit  $D \subset \mathbb{R}^n$  un ensemble non-vidé, ouvert et convexe, et une mesure de Borel  $\mu$  sur  $D$ . Si  $\Delta \subset D$  est un simplexe avec les sommets  $P_1, \dots, P_{n+1}$ , soit  $b_{\mu, \Delta} = \sum_{j=1}^{n+1} \lambda_j P_j$  le barycentre de la mesure  $\mu$  sur  $\Delta$ .

Dans l'article [F.C. Mitroi, E. Symeonidis, The converse of the Hermite-Hadamard inequality on simplices, *Expositiones Mathematicae* **30** (2012), 389–396] on a établi que si une fonction  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  vérifie l'inégalité de gauche ou celle de droite de l'inégalité d'Hermite-Hadamard,

$$f(b_{\mu, \Delta}) \leq \frac{1}{\mu(\Delta)} \int_{\Delta} f(x) d\mu(x) \leq \sum_{j=1}^{n+1} \lambda_j f(P_j),$$

la même pour tous les simplexes  $\Delta \subset D$ , alors  $f$  est convexe, pour les mesures  $\mu$  qui sont absolument continues par rapport à la mesure de Lebesgue, ayant des densités qui ne sont pas nulles sur aucun segment. Dans cette communication, nous montrons qu'il est possible de remplacer cette dernière condition sur la mesure par une autre plus faible.

Nous représentons la mesure de Lebesgue comme une mesure au bord de l'arbre de Farey et nous montrons que cette représentation admet une certaine symétrie induite par l'automorphisme extérieure du groupe  $\mathrm{PGL}(2, \mathbb{Z})$ . Cet automorphisme est relié à une fonction arithmétique que nous appelons le conumérateur. Notre approche donne lieu à des certaines mesures sur l'intervalle unitaire qui peuvent être significative du point de l'arithmétique.

## MARKOV PROCESSES ON A RESISTANCE FORM [PROCESSUS DE MARKOV SUR UNE FORME RÉSISTANCE]

**Speranța Vlădoiu (Bucarest, e-mail: sperantasirbu@yahoo.com)**

We give a method to associate a right Markov process to a resistance form, that is different from the one based on the regularity assumption for the associated Dirichlet form. We use tools from potential theory associated to resolvents of kernels and cones of potentials (H-cones). The induced capacity and processes obtained by time change with the inverses of continuous additive functionals also occur.