

Analyse stochastique et thèmes connexes

Bucarest, 6–9 mai 2019

RÉSUMÉS

RÉGULARITÉ ET ESTIMATIONS POUR L'ÉQUATION DE BOLTZMANN HOMOGENÈNE, EN DIMENSION DEUX

*Upper bounds for the function solution of the homogeneous 2D
Boltzmann equation with hard potential*

Vlad Bally (Paris, e-mail: vlad.bally@u-pem.fr)

On s'intéresse à la solution $f_t(dv)$ de l'équation de Boltzmann homogène sans cutoff. Un point important c'est que la condition initiale peut être une mesure de probabilité générale (exception une masse de Dirac). On sait que pour des potentiels suffisamment durs le semigroup a un effet régularisant: $f_t(dv) = f_t(v)dv$ for every $t > 0$. C'est un résultat de N. Fournier et moi-même de 2011. Dans un article récent de 2019 j'ai obtenu des bornes supérieures pour $f_t(v)$ le plus significatif étant $f_t(v) \leq Ct^{-\eta}e^{-|v|^\lambda}$ pour certains $\eta, \lambda > 0$.

We deal with $f_t(dv)$, solution of the homogeneous 2D Boltzmann equation without cutoff. An important point is that the initial condition $f_0(dv)$ may be any probability distribution (except a Dirac mass). However, for sufficiently hard potentials, the semigroup has a regularization property: $f_t(dv) = f_t(v)dv$ for every $t > 0$. This is a result proved by N. Fournier and myself in 2011. In a more recent paper (2019) we give upper bounds for $f_t(v)$, the more significant one being $f_t(v) \leq Ct^{-\eta}e^{-|v|^\lambda}$ for some $\eta, \lambda > 0$.

TRANSFORMATION DE DOOB POUR LES PROBLÈMES PAPRABOLIQUES SUR LES FORMES DE DIRICHLET

Doob's w -transformation of parabolic problem on Dirichlet forms

Mounir Bezzarga (Tunis, e-mail: mounir.bezzarga@yahoo.fr)

Notre but dans cet expose est d'étudier l'existence ainsi que l'unicité des solutions positives du probleme suivante:

$$\begin{cases} H^\omega u + \frac{\partial u}{\partial t} = 0, & \text{in } X \times (0, T), \\ u(x, 0) = u_0(x), & x \in X, \end{cases} \quad (0.1)$$

avec X un espace métrique séparable et localement compact, H^ω est un opérateur auto-adjoint lié à la forme de Dirichlet régulière \mathcal{E} , m est une mesure de Radon. Pour montrer l'unicité des solutions de (0.1), nous serons basé sur les techniques de Täcklind, qui a été utilisé par plusieurs authors comme conditions suffisantes pour montrer l'unicité, parmi eux on peut citer le travail de Ishige and Murata [1] qui ont étudié le problème suivant:

$$\begin{cases} Lu - \frac{\partial u}{\partial t} = 0, & \text{in } M \times (0, T), \\ u(x, 0) = u_0(x), & x \in M, \end{cases} \quad (0.2)$$

avec

$$Lu(x) = \frac{1}{\omega(x)} \sum_{i,j} \partial_j (\omega(x) a^{ij}(x, t) \partial_i u)(x) + \sum_{j=1}^n b^j(x, t) \partial_j u - \frac{1}{\omega(x)} \sum_{j=1}^n \partial_j (\omega(x) c^j(x, t) u)(x) - V(x, t)u,$$

où M est une variété Riemannienne de dimension n ou tout simplement \mathbb{R}^n . Ils ont montré le résultat suivant:

Theorem 1. *Soit γ une fonction continue croissante positive sur $[0, \infty)$ telle que*

$$\int_1^\infty \frac{ds}{\gamma(s)} = \infty.$$

On suppose que l'opérateur L sur M satisfait le principe de Harnack parabolique sous la fonction d'échelle γ , alors le problème

$$\partial_t u = \Delta u \text{ in } M_T = M \times (0, T), \quad u(x, 0) = u_0(x) \text{ on } M,$$

admet une unique solution positive u qui dépend de la condition initiale u_0 .

Travail en collaboration avec Tarek Kenzizi.

References

- [1] KAZUHIRO ISHIGIE, MINORE MURATA, *Uniqueness of nonnegative solutions of the Cauchy problem for parabolic equations on manifolds or domains*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci.(4) **XXX** (2001), 171-223.

PROBLÈME DE DIRICHLET SEMILINÉAIRE POUR LE LAPLACIEN FRACTIONNAIRE

Semilinear Dirichlet problem for the fractional Laplacian

Krzysztof Bogdan (Wrocław, e-mail: krzysztof.bogdan@pwr.edu.pl)

Nous donnons résultats sur l'existence, la représentation et l'unicité des solutions au problème semi-linéaire suivant

$$-\Delta^{\alpha/2}u(x) = F(x, u(x)), \quad x \in D,$$

avec des conditions de Dirichlet sur le complément de $D \subset \mathbf{R}^d$. Le cas particulier important est $F(x, u(x)) = |u(x)|^\beta$, ce qui soulève la question de la taille de la valeur de β . Il s'agit d'une collaboration avec Sven Jarohs (Frankfurt) et Edyta Kania (Wrocław).

We give a general framework and results on existence, representation, and uniqueness of solutions to the following semilinear problem

$$-\Delta^{\alpha/2}u(x) = F(x, u(x)), \quad x \in D,$$

for with Dirichlet conditions on the complement and at the boundary of general open $D \subset \mathbf{R}^d$. The important special case is $F(x, u(x)) = |u(x)|^\beta$, which raises the the question how large β can be. This is a joint work with Sven Jarohs (Frankfurt) and Edyta Kania (Wrocław).

STABILITÉ DES ESTIMATIONS DU NOYAU DE LA CHALEUR ET INÉGALITÉS DE HARNACK PARABOLIQUES POUR DES FORMES DE DIRICHLET SYMÉTRIQUES

Stability of heat kernel estimates and parabolic Harnack inequalities for symmetric Dirichlet forms

Zhen-Qing Chen (Seattle, e-mail: zqchen@uw.edu)

In this talk, I will present recent progress in the study of heat kernels and parabolic Harnack inequalities for symmetric Markov processes that have both diffusive and jumping parts on general metric measure spaces. Under general volume doubling condition and some mild assumptions on the scaling functions, we establish stability results for two-sided estimates for heat kernels in terms of the jumping kernels, the generalized capacity inequalities, and Poincare inequalities. Stable characterizations of the associated parabolic Harnack inequalities will also be given. Our results hold on spaces even when the underlying spaces have walk dimensions are larger than 2. Joint work with Takashi Kumagai and Jian Wang.

UNE EXTENSION NATURELLE DES PROCESSUS DE MARKOV ET APPLICATIONS AUX EDS STOCHASTIQUES

A natural extension of Markov processes and applications to singular SDEs

Iulian Cîmpean (Bucharest, e-mail: iulian.cimpean@imar.ro)

It is a common phenomenon in the construction of Markov processes in infinite dimensions, say on a separable Hilbert space H (be it through solving a martingale problem or an SDE on H , e.g. an SPDE of evolution type) that one has to restrict the set of "allowed" starting points. The same can happen when constructing solutions of martingale problems or Markov processes from (generalized) Dirichlet forms. The aim of this talk is to present a general method of extending Markov processes to a larger state space such that the added points form a polar set, looking at concrete singular SDEs on Hilbert spaces, for which one often encounters the situation where not every point in the space is allowed as an initial condition. Joint work with Lucian Beznea and Michael Röckner.

ASYMPTOTIQUES EN TEMPS GRAND DES BORNES DU GRADIENT DES SEMIGROUPS DE DIFFUSION

Long time asymptotics for diffusion semigroups gradient bounds

Dan Crisan (London, e-mail: d.crisan@imperial.ac.uk)

In this talk we discuss diffusion semigroups generated by second order differential operators of degenerate type. The operators that we consider do not, in general, satisfy the Hormander condition and are not hypoelliptic. In particular, instead of working under the Hormander paradigm, we consider the so-called UFG condition, introduced by Kusuoka and Strook in the eighties. The UFG condition is weaker than the uniform Hormander condition, the smoothing effect taking place only in certain directions (rather than in every direction, as it is the case when the Hormander condition is assumed). Under the UFG condition, Kusuoka and Strook deduced sharp small time asymptotic bounds for the derivatives of the semigroup in the directions where smoothing occurs. In this paper, we study the large time asymptotics for the gradients of the diffusion semigroup in the same set of directions and under the same UFG condition. In particular, we identify conditions under which the derivatives of the diffusion semigroup in the smoothing directions decay exponentially in time. The talk is based on joint work with M Ottobre (Edinburgh University).

ÉTUDE DE LA CONVERGENCE FORTE DE CERTAINES DIFFUSIONS, EN DIMENSION UN, VIA DES TEMPS D'ATTEINTE

Hitting times and strong convergence of some particular one-dimensional diffusions

Madalina Deaconu (Nancy, e-mail: madalina.deaconu@inria.fr)

L'objectif de ce travail est de présenter de nouveaux résultats pour l'approximation trajectorielle d'un processus stochastique $(X_t, t \in [0, T])$, où T denote un temps fixé. Nos résultats s'appliquent au mouvement brownien, aux processus de Bessel de dimension δ , ainsi qu'aux diffusions de classes L et G .

L'idée principale est de construire une suite de couples $(s_n^\varepsilon, x_n^\varepsilon)$, où $\varepsilon > 0$ et $n \in \mathbb{N}$, de temps de sortie et positions de sortie, telle que le squelette de cette approximation est à une distance au plus ε de la trajectoire réelle du processus stochastique. Notre résultat principal démontre que cette procédure donne une approximation ε -forte.

La construction se fait en utilisant des résultats récents, portant sur de nouvelles méthodes d'approximation des temps de sortie et des positions de sortie des domaines sphéroïdaux bien choisis, pour les processus de Bessel.

Ces résultats sont issus d'un travail commun avec Samuel Herrmann (Université de Bourgogne).

The aim of this talk is to describe new achievements for the paths approximation of a stochastic process $(X_t, t \in [0, T])$, for some fixed time T . Our results apply for Brownian motions, δ -dimensional Bessel processes and also the classes L and G of diffusions.

The idea is to construct a sequence of couples $(s_n^\varepsilon, x_n^\varepsilon)$, for $\varepsilon > 0$ and $n \in \mathbb{N}$, of exit times and exit positions, in such a way that the skeleton of this approximation is ε -close to the real path of the stochastic process. Our main result proves that this procedure gives an ε -strong approximation.

Our construction is based on recent results on new numerical algorithms for the exit time and location of well chosen spheroids for Bessel processes.

This is a joint work with Samuel Herrmann (Burgundy University).

FONCTIONNELLES DE COÛT POUR DE GRANDS ARBRES ALÉATOIRES

Cost functionals for large random trees

Jean-Stéphane Dhersin (Paris, e-mail: dhersin@math.univ-paris13.fr)

Les fonctions additives sur des arbres permettent de déterminer le coût de nombreux algorithmes "diviser pour régner". Nous donnons un modèle d'invariance pour de telles fonctionnelles additives sur des arbres dans le cas du modèle de Catalan et pour les arbres simplement générés. Dans le cas du modèle de Catalan, ce résultat est lié à la représentation naturelle à l'aide de l'excursion brownienne. Collaboration avec Jean-François Delmas et Marion Sciauveau.

Additive tree functionals allow to represent the cost of many divide-and-conquer algorithms. We give an invariance principle for such tree functionals for the Catalan model and for simply generated trees . In the Catalan model, this relies on the natural embedding into the Brownian excursion. Joint work with Jean-François Delmas and Marion Sciauveau.

INÉGALITÉS POUR LE CONTENU ANALYTIQUE, ET LE CONTENU ANALYTIQUE DE BERGMAN, DE DOMAINES EUCLIDIENS

Inequalities for the analytic content, and the Bergman analytic content, of domains in Euclidean space

Stephen Gardiner (Dublin, e-mail: stephen.gardiner@ucd.ie)

The analytic content of a bounded planar domain Ω is defined by

$$\lambda(\Omega) = \inf \{ \|\bar{z} - \phi\|_{\bar{\Omega}} : \phi \in C(\bar{\Omega}) \cap \text{Hol}(\Omega) \},$$

where $\|\cdot\|_{\bar{\Omega}}$ denotes the usual sup norm. It has a natural extension to all dimensions which is formulated in terms of harmonic vector fields. This talk will describe the verification of a conjecture of Gustafsson and Khavinson, relating the analytic content of a smoothly bounded domain in \mathbb{R}^N to the classical isoperimetric inequality. It will then discuss an analogous notion of analytic content for Bergman spaces, and associated isoperimetric-type inequalities involving the St Venant functional for torsional rigidity.

This is joint work with Marius Ghergu and Tomas Sjödin.

SUR L'ÉQUATION STOCHASTIQUE DE LA CHALEUR AVEC DES CONDITIONS DE RÉFLECTION COLLANTE AU BORD

On the stochastic heat equation with sticky reflected boundary condition

Martin Grothaus (Kaiserslautern, e-mail: grothaus@mathematik.uni-kl.de)

Via Dirichlet form techniques we constructed a Markov process corresponding to the gradient Dirichlet form with respect to the law of the modulus of the Brownian bridge. The process is conjectured to be the scaling limit of the dynamical wetting model, also known as Ginzburg-Landau dynamics with pinning and reflection competing on the boundary. In order to identify the constructed process as a solution of the stochastic heat equation with boundary condition, we prove an integration by parts formula for modulus of the Brownian bridge. First we construct the generalized logarithmic derivative in the space of Hida distributions. In a second step we identify the obtained distribution with a regular countable additive set function in a Gelfand triple. This allows us to show that the constructed process is a solution to an infinite-dimensional Skorohod problem.

TOUTE FONCTION À PEU PRÈS HYPERHARMONIQUE EST L'ENVELOPPE DE SES MAJORANTES EXCESSIVES

Nearly hyperharmonic functions are infima of excessive functions

Wolfhard Hansen (Bielefeld, e-mail: hansen@math.uni-bielefeld.de)

Soit $\mathcal{E}_{\mathfrak{X}}$ l'ensemble des fonctions excessives boréliennes d'un joli processus de Hunt \mathfrak{X} sur un espace X localement compact et métrisable.

Une fonction numérique $u \geq 0$ sur X est appelée *à peu près hyperharmonique*, si $\int^* u \circ X_{\tau_V} dP^x \leq u(x)$ pour tout $x \in X$ et tout voisinage ouvert V de x qui est relativement compact, où τ_V dénote le temps de sortie de V . La régularisation semi-continue inférieurement \hat{u} d'une telle fonction u est excessive.

Le but principal, obtenu en collaboration avec Ivan Netuka, est de donner une démonstration courte, complète et compréhensible pour l'énoncé que $u = \inf\{w \in \mathcal{E}_{\mathfrak{X}} : w \geq u\}$ pour toute fonction à peu près hyperharmonique borélienne u sur X .

Des nouveautés essentielles sont les suivantes:

- Une réduction rapide au cas special, où partant des points $x \in X$ avec $u(x) < \infty$ le processus \mathfrak{X} est dans $\{y \in X : \hat{u}(y) < u(y)\}$ seulement pour un nombre *fini* de temps.
- L'utilisation conséquente (seulement) de la propriété de Markov forte.

L'hypothèse de mesurabilité de u peut être affaiblie considérablement, et l'approche s'applique également aux processus droits sur des espaces généraux de Radon.

Let $\mathcal{E}_{\mathfrak{X}}$ be the set of all Borel measurable excessive functions for a nice Hunt process \mathfrak{X} on a locally compact metrizable space X .

A numerical function $u \geq 0$ on X is said to be nearly hyperharmonic, if $\int^ u \circ X_{\tau_V} dP^x \leq u(x)$ for every $x \in X$ and every relatively compact open neighborhood V of x , where τ_V denotes the exit time of V . For every such function u , its lower semicontinuous regularization \hat{u} is excessive.*

The main objective, obtained in collaboration with Ivan Netuka, is to give a short, complete and understandable proof for the statement that $u = \inf\{w \in \mathcal{E}_{\mathfrak{X}} : w \geq u\}$ for every Borel measurable nearly hyperharmonic function u on X . Essential novelties are the following:

- *A quick reduction to the special case, where starting at points $x \in X$ with $u(x) < \infty$ the process \mathfrak{X} hits the set $\{y \in X : \hat{u}(y) < u(y)\}$ P^x -a.s. only finitely many times.*
- *The consequent use of (only) the strong Markov property.*

The measurability assumption on u can be weakened considerably, and the approach works as well for right processes on general Radon spaces.

DU FLOT GÉODÉSIQUE AU MOUVEMENT BROWNIEN RIEMANNIEN

From Geodesic Flow to Riemannian Brownian motion

Elton P. Hsu (Evanston, e-mail: ehsu@math.northwestern.edu)

We will discuss a natural family of diffusion processes with continuously differentiable paths on the tangent bundle over a compact Riemannian manifold that interpolates between Brownian motion and the geodesic flow introduced by Bismut. We will show that they converge respectively to the geodesic flow and Riemannian Brownian motion at the two ends of the parameter interval in the strong sense in the path space. In the simplest case of the standard Brownian motion this idea leads to an interesting proof of the classical Ito's formula without discrete approximation.

BORNES DU NOYAU DE LA CHALEUR POUR LES PROCESSUS DE MARKOV CORRESPONDANT AUX FORMES DE DIRICHLET NON LOCALES SYMÉTRIQUES AVEC DES MESURES SINGULIÈRES

HEAT KERNEL BOUNDS FOR MARKOV PROCESSES CORRESPONDING TO SYMMETRIC NONLOCAL DIRICHLET FORMS WITH SINGULAR MEASURES

Moritz Kassmann (Bielefeld, e-mail: moritz.kassmann@uni-bielefeld.de)

In the Euclidean space \mathbb{R}^d we study symmetric Markov jump processes that correspond to nonlocal Dirichlet forms with singular measures. The model example that we have in mind is given by a process X that is the product of d independent symmetric one-dimensional stable processes. We consider versions of this process with bounded measurable jump intensities. The aim of this talk is to prove sharp upper and lower heat kernel bounds. Finally, we present a conjecture on heat kernel bounds for a general class of symmetric Markov jump processes. The talk is based on a joint work with Kyung-youn Kim and Takashi Kumagai.

MOUVEMENT DE ROSENBLATT LAPLACE

Rosenblatt Laplace Motion

Oana Lupaşcu–Stamate (Bucharest, e-mail: oana.lupascu@imar.ro)

On donne quelques propriétés d'une transformation aléatoire du temps d'un processus stochastique dans le deuxième chaos de Wiener. Cette modification est obtenue en subordonnant par un processus stochastique à valeur réelle et positives, avec des incréments indépendants et stationnaires. En particulier, on étudie le mouvement de Rosenblatt Laplace obtenu par subordination d'un processus de Rosenblatt à un processus de Gamma. C'est un travail en collaboration avec Ciprian-A. Tudor (Lille).

We give some properties of a random time transformation of a stochastic process in the second Wiener chaos. This modification is obtained by subordinating to a real-valued and positive stochastic process with independent and stationary increments. In particular, we study the Rosenblatt Laplace motion obtained from a Rosenblatt process subordinated to a Gamma process. This is joint work with Ciprian-A. Tudor (Lille).

ECHELLES DE TEMPS DES GRANDES POPULATIONS - DISTRIBUTIONS QUASI-STATIONNAIRES ET RÉSILIENCE

Time scales for large populations birth and death processes - quasi stationary distributions and resilience

Sylvie Méléard (Paris, e-mail: sylvie.meleard@polytechnique.edu)

Nous étudions une classe de processus de naissance et de mort, modélisant une grande population multi-espèces, et admettant une distribution quasi-stationnaire unique (qsd). Nous prouvons des estimations de moments pour le processus dont nous déduisons des estimations pour les moments de la qsd et son approximation gaussienne. Il y a deux échelles de temps principales, à savoir l'échelle de temps de l'extinction, exponentiellement grande dans la taille moyenne de la population, et l'échelle de temps de la convergence vers la qsd qui est d'ordre logarithmique. Pour les temps intermédiaires, nous prouvons un théorème quasi-ergodique pour le processus et par rapport à la qsd. D'autre part, nous savons que le processus en grande population est proche d'un système dynamique qui, dans ce cas, a un unique point d'équilibre globalement attractif. Nous quantifions comment la résilience du système dynamique à cet équilibre est liée aux fluctuations du processus de population à partir de la qsd. Cela découle d'une relation de fluctuation-dissipation. Nous établissons des estimations de variance pour les statistiques des différentes quantités apparaissant dans cette relation. Ceci pourra permettre d'exploiter des échantillons basés sur les fluctuations de la taille de la population pour estimer le paramètre de résilience macroscopique.

We study a class of large population multi-species birth-and-death processes admitting a unique quasi-stationary distribution (qsd). We prove moment estimates for the process from which we deduce estimates for the moments of the qsd and its Gaussian approximation. There are two main time scales, namely the extinction time scale exponentially large in the average population size and the time scale of convergence to the qsd which is of logarithmic order. For intermediate times we prove a quasi-ergodic theorem for the process and with respect to the qsd. On the other hand, we know that the large population process is close to a dynamical system which, in this case, has a unique globally attracting point. We quantify how the engineering resilience of the dynamical system at this equilibrium is related to the fluctuations of the population process started from the qsd. This follows from a fluctuation-dissipation relation. We establish variance estimates for the statistics of the different quantities appearing in this relation. This allows in principle to exploit samples based on microscopic fluctuations to estimate the macroscopic resilience parameter.

PROBLÈMES NON LINÉAIRES À CROISSANCE VARIABLE:
MODÈLES ISOTROPES ET ANISOTROPES

*Nonlinear problems with unbalanced growth: isotropic and
anisotropic models*

Vicențiu Rădulescu (Craiova, e-mail: vicentiu.radulescu@imar.ro)

Nous nous intéressons à l'analyse qualitative de plusieurs classes de problèmes non linéaires décrits par des opérateurs différentiels non homogènes à croissance non standard. Nous étudions les cas de basses et hautes perturbations et nous signalons plusieurs phénomènes frappants, notamment l'existence d'un spectre continu se concentrant soit autour de l'origine, soit à l'infini. Nous soulignons plusieurs perspectives en rapport avec certaines avancées récentes dans l'étude des problèmes à croissance variable.

We are concerned with the qualitative analysis of several classes of nonlinear problems driven by nonhomogeneous differential operators with nonstandard behaviour. We study the cases of low and high perturbations and we point out several striking phenomena, including the existence of a continuous spectrum concentrating either near the origin or at infinity. We point out several perspectives in connection with some recent advances in the study of the problems with variable growth.

DYNAMIQUE DEAN-KAWASAKI: SOLUTIONS PARTICULIERES
POUR UNE EDPS MAL POSÉE

*Dean-Kawasaki Dynamics: Particle-ular solutions for an ill posed
SPDE*

Max von Renesse (Leipzig, e-mail: renesse@uni-leipzig.de)

L'équation de Dean-Kawasaki est un modèle SPDE bien connu de la physique qui se pose dans la théorie des fluctuations macroscopiques et des matériaux vitreux. Mathématiquement, cela peut être compris comme une équation de chaleur stochastique avec une structure de bruit multiplicative singulière, associée formellement à un mouvement brownien sur l'espace de Wasserstein de mesures de probabilité équipée de la distance de transport optimale. Nous montrons que ce modèle est généralement mal posé sauf dans certains régimes où la solution est triviale. Nous présentons également quelques modifications de l'équation qui admettent des solutions non triviales en termes de systèmes de particules à fragmentation par coalescence qui présentent un comportement vitreux. Enfin, nous montrons que les asymptotiques à court terme sont en effet régis par la distance quadratique de Wasserstein du transport optimal. Collaboration avec Vitalii Konarovskyi et Tobias Lehmann (Leipzig).

The Dean-Kawasaki Equation is well-known SPDE model from physics which arises in macroscopic fluctuation theory and glassy materials. Mathematically it can be understood as a stochastic heat equation with a singular multiplicative noise structure that is formally associated to a Brownian motion on the Wasserstein space of probability measures equipped with the optimal transportation distance. We show that this model is generally ill posed except in certain regimes when the solution is trivial. We also present some modifications of the equation which admit non trivial solutions in terms of coalescing-fragmentating particle systems which exhibit glassy behaviour. Finally we show that the short time asymptotics are indeed governed by the quadratic Wasserstein distance of optimal transportation. Joint works with Vitalii Konarovskyi and Tobias Lehmann (Leipzig).

ÉQUATIONS NON LINÉAIRES DE
FOKKER-PLANCK-KOLMOGOROV ET EDS STOCHASTIQUE
DÉPENDANT DE LA DISTRIBUTION

*Nonlinear Fokker-Planck-Kolmogorov equations and stochastic
distribution dependent SDE*

Michael Röckner (Bielefeld, e-mail: roeckner@mathematik.uni-bielefeld.de)

By Ito's formula the time marginals of a solution to a distribution dependent SDE solve a nonlinear Fokker-Planck-Kolmogorov equation. This talk is about the converse: we present a general technique how to identify a solution to a nonlinear Fokker-Planck-Kolmogorov equation consisting of probability densities as the time marginals of a solution to a distribution dependent SDE. We apply this to the special case of a porous media equation perturbed by the divergence of a vector field depending nonlinearly on the solution. More precisely, we construct a generalized entropic solution u to this equation and apply the above general technique to find the corresponding distribution dependent SDE which has a weak solution with marginals given by u . We thus gain a probabilistic representation of u . Reference: arXiv:1801.10510

AU-DELÀ DES ESPACES MÉTRIQUES MESURÉS AVEC DES
BORNES INFÉRIEURES UNIFORMES DE COURBURE DE RICCI –
ESTIMATIONS DU GRADIENT POUR LES LAPLACIENS DE
NEUMANN SUR DES DOMAINES LOCALEMENT SEMI-CONVEXES

*Beyond metric measure spaces with uniform lower Ricci bounds –
gradient estimates for Neumann Laplacians on locally semi-convex
domains*

Theo Sturm (Bonn, e-mail: sturm@iam.uni-bonn.de)

We present gradient estimates for the heat flow with Neumann boundary conditions on locally semi-convex subsets Y of metric measure spaces X . In the case of convex Y , these estimates improve upon previous ones by taking into account the „positive curvature“ of the boundary. Taking into account the „negative curvature“ of the boundary in the case of non-convex Y , we obtain new gradient estimates beyond the scope of metric measure spaces with uniform lower Ricci bounds.

ANALYSE DE SENSIBILITÉ D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES
STOCHASTIQUES AU PARAMÈTRE DE HURST DU MOUVEMENT
BROWNIEN FRACTIONNAIRE DIRECTEUR

*Sensitivity analysis of stochastic differential equations w.r.t. the
Hurst parameter of the driving fractional Brownian motion*

Denis Talay (Nice, e-mail: denis.talay@inria.fr)

We develop a sensitivity analysis w.r.t. the long-range/memory noise parameter for probability distributions of functionals of solutions to stochastic differential equations driven by fractional Brownian motions. We are interested in the case where the Hurst parameter H of the noise tends from above or from below to the critical Brownian parameter $H = \frac{1}{2}$.

We first get accurate sensitivity estimates of time marginal probability distributions of X^H .

We second develop a sensitivity analysis for the Laplace transforms of the distribution of singular functionals of the sample paths, namely the first passage times of X^H at given thresholds.

Our results show that the Markov Brownian model is a good proxy model as long as the Hurst parameter remains close to $\frac{1}{2}$.

The lecture is based on a joint work with Alexandre Richard (CentraleSupélec, Université Paris-Saclay).

CARACTÉRISATION DE LA COURBURE PAR DES INÉGALITÉS
FONCTIONNELLES EN GÉOMÉTRIE RIEMANNIENNE ET
SOUS-RIEMANNIENNE

*Characterizing curvature by functional inequalities in Riemannian
and sub-Riemannian geometry*

Anton Thalmaier (Luxembourg, e-mail: anton.thalmaier@uni.lu)

Nous décrirons des travaux récents caractérisants la courbure de Ricci et le flot de Ricci en termes d'inégalités fonctionnelles pour les semi-groupes de la chaleur, et nous discuterons des extensions possibles à la géométrie sous-riemannienne.

We describe recent work on the problem of characterizing Ricci curvature and Ricci flow in terms of functional inequalities for heat semigroups, and discuss possible extensions to sub-Riemannian geometry.

PRINCIPE D'INVARIANCE POUR LE GAZ DE LORENTZ ALÉATOIRE – AU-DELÀ DE LA LIMITE DE BOLTZMANN-GRAD

Invariance principle for the random Lorentz Gas – beyond the Boltzmann-Grad limit

Balint Toth (Bristol & Budapest, e-mail: toth.balint@renyi.mta.hu)

Nous prouvons un principe d'invariance pour une particule de gaz de Lorentz aléatoire en 3 dimensions sous la limite de Boltzmann-Grad et une mise à l'échelle diffusif simultanée. C'est-à-dire que, pour la trajectoire d'une particule ponctuelle se déplaçant parmi des diffuseurs sphériques de masse infinie, à noyau dur, de rayon r , placés selon un processus ponctuel de Poisson de densité ρ , dans la limite $\rho \rightarrow \infty$, $r \rightarrow 0$, $\rho r^2 \rightarrow 1$ jusqu'aux échelles de temps d'ordre $T = o(r^{-2}|\log r|^{-2})$. Ceci représente les premier progrès significatif vers la résolution de ce problème en physique statistique classique hors équilibre, depuis le travail innovateur de Gallavotti (1969), Spohn (1978) et Boldrighini-Bunimovich-Sinai (1983). La nouveauté réside dans le fait que la mise à l'échelle diffusif de la trajectoire des particules et la limite cinétique (Boltzmann-Grad) sont prises simultanément. Les principaux ingrédients sont un couplage de la trajectoire mécanique avec le processus de vol aléatoire markovien et des contrôles probabilistes et géométriques de l'efficacité de ce couplage. Travail en commun avec Christopher Lutsko (Bristol). Pré-impression disponible à [arXiv:1812.11325](https://arxiv.org/abs/1812.11325)

We prove an invariance principle for a random Lorentz-gas particle in 3 dimensions under the Boltzmann-Grad limit and simultaneous diffusive scaling. That is, for the trajectory of a point-like particle moving among infinite-mass, hard-core, spherical scatterers of radius r , placed according to a Poisson point process of density ρ , in the limit $\rho \rightarrow \infty$, $r \rightarrow 0$, $\rho r^2 \rightarrow 1$ up to time scales of order $T = o(r^{-2}|\log r|^{-2})$. This represents the first significant progress towards solving this problem in mathematically rigorous classical nonequilibrium statistical physics, since the groundbreaking work of Gallavotti (1969), Spohn (1978) and Boldrighini-Bunimovich-Sinai (1983). The novelty is that the diffusive scaling of particle trajectory and the kinetic (Boltzmann-Grad) limit are taken simultaneously. The main ingredients are a coupling of the mechanical trajectory with the Markovian random flight process, and probabilistic and geometric controls on the efficiency of this coupling. Joint work with Christopher Lutsko (Bristol). Preprint available at [arXiv:1812.11325](https://arxiv.org/abs/1812.11325)

EXISTENCE, UNICITÉ ET PROPRIÉTÉS ERGODIQUES POUR DES EDS D'ITÔ HOMOGÈNES EN TEMPS À COEFFICIENTS NON LISSES

Existence, uniqueness and ergodic properties for time-homogeneous Itô-SDEs with non-smooth coefficients

Gerald Trutnau (Seoul, e-mail: trutnau@snu.ac.kr)

En utilisant des résultats de régularité elliptique et parabolique dans des espaces L^p et la théorie des formes de Dirichlet généralisées nous construisons pour tout point de départ des solutions faibles à des EDS d'Itô homogènes en temps à coefficients assez généraux non lisses. La solution est par construction un processus de Hunt à trajectoires continues sur le compactifié d'Alexandrov de \mathbb{R}^d . Nous montrons l'irréductibilité et des propriétés fortes de Feller de sa fonction de transition ainsi que de sa résolvante dans des espaces L^p , qui les deux impliquent la propriété forte de Feller classique. Nous présentons des inégalités de moments, des estimations de Krylov et des critères de non explosion pour la solution qui mènent à des résultats d'unicité trajectorielle jusqu'à l'infini sous des conditions vraisemblablement optimaux. Par ailleurs, nous présentons des conditions explicites pour la récurrence et l'ergodicité, ainsi que l'unicité de mesures invariantes et des conditions qui impliquent l'unicité en loi. Ceci est du travail avec Haesung Lee (Seoul National University).

Using elliptic and parabolic regularity results in L^p -spaces and generalized Dirichlet form theory, we construct for every starting point in \mathbb{R}^d weak solutions to time-homogeneous Itô-stochastic differential equations with fairly general non-smooth coefficients. The solution is by construction a Hunt process with continuous sample paths on the one-point compactification of \mathbb{R}^d . We show irreducibility and strong Feller properties of its transition function and resolvent in L^p -spaces, which both include the classical strong Feller property. We present moment inequalities, Krylov type estimates and classical-like non-explosion criteria for the solution which lead to pathwise uniqueness results up to infinity under presumably optimal general non-explosion conditions. We further present explicit conditions for recurrence and ergodicity, including existence as well as uniqueness of invariant measures and conditions for uniqueness in law. This is joint work with Haesung Lee (Seoul National University).

EXPANSION ASYMPTOTIQUE SUR L'ESPACE DE WIENER

Asymptotic expansion on Wiener space

Ciprian Tudor (Lille, e-mail: Ciprian.Tudor@math.univ-lille1.fr)

La théorie récente de Stein-Malliavin propose une approche basée sur le calcul de Malliavin pour estimer la distance entre différentes lois de probabilités. En particulier, il existe des méthodes pour estimer la vitesse de convergence dans différents théorèmes limite. Certaines applications, principalement à la statistique, demandent une étude plus approfondie de cette convergence, i.e. le comportement asymptotique de la densité d'une suite de variables aléatoires qui converge en distribution vers la loi normale. Dans cet exposé, nous allons présenter des critères basés sur le calcul de Malliavin pour l'expansion asymptotique des densités.

The recent Stein-Malliavin theory proposes an approach in terms of Malliavin Calculus to estimate the rate of convergence between probability distributions. There exists various methods to estimate the rate of convergence in limit theorems. Certain applications, especially in statistics, need a more deep understanding of such limit theorems, in particular the behavior of the sequence of densities for a sequence of random variables that converges to a Gaussian law. In this talk, we will discuss general criteria based on Malliavin Calculus to find the asymptotic expansion up to a second order term of densities.