

## Atelier de travail

en

### *Equations aux Dérivées Partielles*

13–14 décembre, 2018

Jeudi 13 décembre

10 :00- 10 :45 Francois Hamel

10:50 – 11:10



11:10- 11:55 Radu Ignat

12:00 -12:45 Csaba Farkas

13:00



Chez Marie, Berthelot, nr. 44

15:00 – 15:45 Eugen Varvaruca

15:50 -16:10



16:10 -16:55 Alexandru Kristaly

17:00 -17:45 Petru Jebelean

19:00



Chez Marie, Berthelot, nr. 44

Vendredi 14 décembre

9 :30 – 10 :15 Radu Strugariu

10 :20 – 11 :05 Ciprian Preda

11 :10 -12 :25



11 :25 -12 :10 Julien Brasseur

12 :15- 13 : 00 Loredana Balilescu



La mama Ateneu (Romanian)? or  
Trattoria don Vito (International)?

# Résumés

## Système d'interaction fluide-structure avec la loi de frottement de Coulomb

Loredana Bălilescu

Université de Pitești, Roumanie

smaranda@dim.uchile.cl

Nous proposons un nouveau modèle dans un système d'interaction fluide-structure composé d'un corps solide et d'un fluide visqueux incompressible en utilisant une condition aux limites définie par la loi de frottement de Coulomb. Avec cette condition, le fluide peut glisser sur la limite si la composante tangentielle du tenseur des contraintes est trop large. Les équations principales sont le système de Navier-Stokes pour le fluide et les lois de Newton sur le corps. Le système couplé correspondant peut être écrit comme une inéquation variationnelle. Nous démontrons qu'il existe une solution faible de ce système.

## References

- [1] L. Bălilescu, J. San Martín, T. Takahashi, *Fluid-rigid structure interaction system with Coulomb's law*, SIAM Journal on Mathematical Analysis (2017), 49(6), 4625–4657.
- [2] L. Bălilescu, J. San Martín, T. Takahashi, *On the Navier–Stokes equation with Coulomb friction law boundary condition*, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (2017), 68:3.

## Quelques résultats de type Liouville pour un problème d'obstacle non-local

Julien Brasseur

École des Hautes Études en Sciences Sociales (EHESS), CAMS.

e-mail: julien.brasseur@ehess.fr

Dans cet exposé, je m'intéressai aux propriétés qualitatives d'équations de réaction-diffusion non-locales posées dans un ouvert "perforé". Une des pierres angulaires de ce type de problème réside dans l'établissement de résultats de rigidité de type Liouville, lesquels permettent de classer les solutions stationnaires. Je donnerai quelques résultats dans cette direction, sous certaines hypothèses géométriques sur le domaine. Cet exposé est basé sur des travaux en commun avec J. Coville, F. Hamel et E. Valdinoci.

## References

- [1] J. BRASSEUR, J. COVILLE, F. HAMEL, E. VALDINOCI: Liouville type results for a nonlocal obstacle problem, *Preprint: arXiv:1712.09877*, (2017).
- [2] J. BRASSEUR, J. COVILLE: A counterexample to the Liouville property of some nonlocal problems, *Preprint: arXiv:1804.07485*, (2018).

## Une caractérisation liée aux équations de Schrödinger

Csaba Farkas

Department of Mathematics and Informatics, Sapientia University, Tg. Mureş, Romania  
e-mail: farkas.csaba2008@gmail.com; farkascs@ms.sapientia.ro

Dans cet exposé, on considère le problème suivant

$$\begin{cases} -\Delta_g u + V(x)u = \lambda\alpha(x)f(u), & \text{sur } M \\ u \geq 0, & \text{sur } M \\ u \rightarrow 0, & \text{quand } d_g(x_0, x) \rightarrow \infty \end{cases} \quad (\mathcal{P}_\lambda)$$

où  $(M, g)$  est une variété riemannienne non-compacte de dimension  $N$  ( $N \geq 3$ ), avec courbure de Ricci asymptotiquement positive,  $\lambda$  est un paramètre réel,  $V$  est un potentiel coercif,  $\alpha$  est une fonction bornée et  $f$  est une fonction non-linéaire appropriée. En utilisant des méthodes variationnelles on montre un résultat de caractérisation pour l'existence de solutions de  $(\mathcal{P}_\lambda)$ .

## Propriétés de symétrie pour les équations d'Euler et certaines équations elliptiques semi-linéaires

François Hamel

Aix-Marseille Université

e-mail: francois.hamel@univ-amu.fr

Dans cet exposé, je parlerai de propriétés de symétrie plane pour les solutions de certaines EDP en dimension 2 et en dimension supérieure. Je montrerai qu'un écoulement stationnaire d'un fluide incompressible non visqueux sans point immobile et tangential au bord dans une bande bi-dimensionnelle est nécessairement un écoulement parallèle. La même conclusion reste vraie pour un écoulement borné dans un demi-plan et dans le plan entier. Je parlerai aussi du cas d'écoulements circulaires dans des anneaux. Les preuves reposent sur l'étude des propriétés géométriques des lignes de courant et sur des résultats de symétrie plane et radiale pour les solutions de certaines équations elliptiques semi-linéaires. Cet exposé s'appuie sur plusieurs travaux en collaboration avec N. Nadirashvili.

In this talk, I will discuss one-dimensional symmetry properties for the solutions of some PDEs in dimension 2 and in higher dimensions. I will show that a steady flow of an ideal incompressible fluid with no stagnation point and tangential boundary conditions in a two-dimensional strip is a

shear flow. The same conclusion holds for a bounded steady flow in a half-plane and in the whole plane. I will also discuss the case of circular flows in annular domains. The proofs are based on the study of the geometric properties of the streamlines of the flow and on one-dimensional and radial symmetry results for the solutions of some semilinear elliptic equations. The talk is based on some joint works with N. Nadirashvili.

## References

- [1] F. Hamel, N. Nadirashvili, Shear flows of an ideal fluid and elliptic equations in unbounded domains, *Comm. Pure Appl. Math.* **70** (2017), 590-608.
- [2] F. Hamel, N. Nadirashvili, A Liouville theorem for the Euler equations in the plane, *preprint hal.archives-ouvertes.fr/hal-01491806*.
- [3] F. Hamel, N. Nadirashvili, Parallel and circular flows for the two-dimensional Euler equations, *Sémin. Laurent Schwartz EDP Appl.* 2017-2018, exp. V, 1-13.
- [4] F. Hamel, N. Nadirashvili, Circular flows for the Euler equations in two-dimensional annular domains, *in preparation*.

# Sur l'unicité des minimiseurs de la fonctionnelle de Ginzburg-Landau

Radu Ignat

Institut de Mathématiques de Toulouse & Institut Universitaire de France,  
Université de Toulouse, F-31062 Toulouse Cedex 9, France.

e-mail: Radu.Ignat@math.univ-toulouse.fr

Nous montrons des conditions nécessaires et suffisantes pour l'unicité des minimiseurs de la fonctionnelle de Ginzburg-Landau sous une hypothèse de convexité du potentiel et une donnée au bord dans  $H^{1/2} \cap L^\infty$  qui est positive dans une direction fixée. De plus, nous prouvons que si le minimiseur n'est pas unique, alors l'ensemble des minimiseurs est généré par une certaine classe de transformations orthogonales appliquées à un minimiseur quelconque. Nous montrons aussi des résultats similaires pour les applications harmoniques à valeurs dans la sphère unité. C'est un travail en collaboration avec Luc Nguyen (Oxford), Valeriy Slastikov (Bristol) et Arghir Zarnescu (Bucarest & Bilbao).

## References

- [1] IGNAT, R., NGUYEN, L., SLASTIKOV, V., AND ZARNESCU, A. On the uniqueness of minimisers of Ginzburg-Landau functionals, *accepté aux Ann. Sci. Éc. Norm. Supér.* (2018).

# Systèmes de Dirichlet avec opérateur courbure moyenne dans l'espace de Minkowski

Petru Jebelean

West University of Timișoara  
petru.jebelean@e-uvt.ro

Nous discutons quelques résultats concernant des systèmes de Dirichlet impliquant l'opérateur courbure moyenne dans l'espace de Minkowski

$$\mathcal{M}(w) = \operatorname{div} \left( \frac{\nabla w}{\sqrt{1 - |\nabla w|^2}} \right).$$

Tout d'abord, nous traitons des problèmes ayant une structure radiale, dans une boule de  $\mathbb{R}^N$ . En utilisant l'indice de point fixe et la méthode des sous et sur solutions, nous obtenons l'existence de solutions positives pour une classe de systèmes différentiels avec un  $\varphi$ -Laplacian singulier, soumis à des conditions aux limites mixtes homogènes. La principale application des résultats généraux concerne les systèmes de Dirichlet avec des non-linéarités de type Lane-Emden dans un cas superlinéaire, avec deux paramètres  $\lambda_1, \lambda_2$ . Nous prouvons que pour un tel système, il existe une courbe continue  $\Gamma$  qui sépare le premier quadrant en deux ensembles ouverts non bornés disjoints  $\mathcal{O}_1$  et  $\mathcal{O}_2$  tels que le système a zéro, au moins une ou au moins deux solutions positives radiales, selon  $(\lambda_1, \lambda_2) \in \mathcal{O}_1$ ,  $(\lambda_1, \lambda_2) \in \Gamma$  ou  $(\lambda_1, \lambda_2) \in \mathcal{O}_2$ .

Ensuite, nous nous intéressons d'un système de Dirichlet avec deux paramètres  $\lambda_1, \lambda_2$ , dans un domaine régulier général borné dans  $\mathbb{R}^N$  et impliquant des non-linéarités, parmi lesquelles figurent celles de type Lane-Emden. Pour un tel système, nous montrons l'existence d'une courbe semblable à une hyperbole qui sépare le premier quadrant en deux ensembles disjoints, un ouvert  $\mathcal{O}$  et un fermé  $\mathcal{F}$ , tels que le système a zéro ou au moins une solution positive, selon  $(\lambda_1, \lambda_2) \in \mathcal{O}$  ou  $(\lambda_1, \lambda_2) \in \mathcal{F}$ . De plus, nous prouvons qu'à l'intérieur de  $\mathcal{F}$  il existe un rectangle infini dans lequel les paramètres étant donnés, le système a au moins deux solutions positives. Notre approche est basée sur une méthode des sous et sur solutions - que nous développons ici, ainsi que sur des arguments de type degré topologique. En un sens, dans cette seconde partie, les résultats d'existence / non-existence et de multiplicité obtenus dans le cas radial sont étendus au cas non radial.

Cette exposition est basée sur un travail conjoint avec D. Gurban et C. Șerban.

## References

- [1] D. Gurban and P. Jebelean, Positive radial solutions for systems with mean curvature operator in Minkowski space, *Rend. Instit. Mat. Univ. Trieste* **49** (2017), 245–264.
- [2] D. Gurban and P. Jebelean, Positive radial solutions for multiparameter Dirichlet systems with mean curvature operator in Minkowski space and Lane-Emden type nonlinearities, *J. Differential Equations* (2018), DOI: 10.1016/j.jde.2018.10.030.
- [3] D. Gurban, P. Jebelean and C. Șerban, Non-potential and non-radial Dirichlet systems with mean curvature operator in Minkowski space, *soumis*.

## Principes d'incertitude sur les variétés riemanniennes: influence de la courbure

Alexandru Kristály

Institute of Applied Mathematics, Óbuda University, 1034 Budapest, Hungary &  
Department of Economics, Babeş-Bolyai University, 400591 Cluj-Napoca, Romania  
e-mail: kristaly.alexandru@nik.uni-obuda.hu, alex.kristaly@econ.ubbcluj.ro

Nous présentons un scénario de rigidité pour les variétés riemanniennes complètes soutenant le principe d'incertitude d'Heisenberg-Pauli-Weyl avec la constante optimale en  $\mathbb{R}^n$  (brièvement, *le principe d'HPW*). Nos résultats dépendent profondément de la courbure de la variété riemannienne et ils peuvent être formulés comme suit:

- (a) Lorsque  $(M, g)$  a *courbure sectionnelle non positive*, le principe d'HPW a lieu sur  $(M, g)$ . Néanmoins, des fonctions extrémales positives existent dans le principe d'HPW si et seulement si est isométrique à  $\mathbb{R}^n$ ,  $n = \dim(M)$ .
- (b) Lorsque  $(M, g)$  a *courbure de Ricci non négative*, le principe d'HPW a lieu sur  $(M, g)$  si et seulement si  $(M, g)$  est isométrique à  $\mathbb{R}^n$ .

Comme le principe d'HPW et l'inégalité Hardy-Poincaré sont des cas extrêmes de l'inégalité d'interpolation de Caffarelli-Kohn-Nirenberg, nous établissons des résultats quantitatifs pour les dernières inégalités en terme de la courbure sur les variétés de Cartan-Hadamard.

La présentation est basée sur l'article [1].

## References

- [1] A. Kristály, *Sharp uncertainty principles on Riemannian manifolds: the influence of curvature*. J. Math. Pures Appl. (9) 119 (2018), 326–346.

## Quelques extensions des conditions de type d'admissibilité pour les opérateurs d'évolution

Ciprian Preda

Ministry of Research and Innovation  
e-mail: ciprian.preda@research.gov.ro

Un aperçu de la méthode du théorème de Perron (ou de la méthode dite "d'admissibilité" ou de "fonction de test") pour le comportement asymptotique des opérateurs d'évolution linéaire est présenté. Quelques extensions du cas variationnel et du cas semi-linéaire sont soulignées.

## Régularité directionnelle et applications à l'optimisation Radu Strugariu

Department of Mathematics, "Gh. Asachi" Technical University, Bd. Carol I, nr. 11, 700506 –  
Iași, Romania

e-mail: rstrugariu@tuiasi.ro

Nous introduisons et étudions un type de régularité directionnelle pour les applications multivoques, en utilisant un sorte de fonction de temps minimal. Une comparaison de cette propriété avec d'autres concepts de régularité directionnelle est présentée. Ensuite, nous obtenons un nouveau Principe Variationnel directionnel d'Ekeland, que nous utilisons pour écrire des conditions nécessaires et suffisantes pour la régularité directionnelle, formulées en termes des objets de différenciation généralisée. Enfin, nous appliquons cette étude à problèmes d'optimisation vectorielle et scalaire liés aux applications objectif univoques et multivoques.

## Singularités des écoulements stationnaires d'eau à surface libre sous gravité

Eugen Vărvăruță

Universitatea "Alexandru Ioan Cuza" din Iași

e-mail: eugen.varvaruca@uaic.ro

Je présenterai quelques résultats récents qui fournissent une caractérisation, par méthodes géométriques, de toutes singularités possibles dans deux problèmes proches: celui des ondes de gravité stables en deux dimensions et celui des écoulements l'eau stable sous la gravité, dans un cadre 3D axisymétrique. Dans le problème 2D, je vais décrire une preuve moderne, en utilisant une analyse de gonflement basée sur une formule de monotonie et une formule de fréquence, de la fameuse conjecture de Stokes de 1880, qui affirme qu'à tout point de stagnation de la surface libre d'une onde de gravité irrotationnelle stable, le profil de la vague a nécessairement des tangentes latérales entourant un symétrique angle de 120 degrés. Ce résultat a été prouvé pour la première fois dans les années 1980 sous certaines hypothèses restrictives et par des méthodes quelque peu ad hoc. Le nouveau approche s'applique au cas où les effets du tourbillon dans le flux sont inclus. De plus, j'expliquerai comment les méthodes peuvent être adaptées à le problème axisymétrique 3D, qui présente un comportement beaucoup plus riche en ce qui concerne les singularités, selon qu'il s'agit de savoir si un point de stagnation, un point de l'axe de symétrie, ou les deux (dans le cas de l'origine). Par exemple, dans le cas de l'origine, il y a deux possibilités types de comportement asymptotique singulier: l'un est une singularité conique appelée "Flux de coin garabédien", et l'autre est un point plat dégénéré; en cas de points d'axe de symétrie différents de l'origine, les cuspidés sont les seules singularités possibles. Ces résultats ont été obtenus dans des travaux conjoints avec Georg Weiss (Duisburg - Essen).