



INSTITUTUL DE MATEMATICA  
"SIMION STOILOW"  
AL ACADEMIEI ROMANE



CENTRE FRANCOPHONE  
EN MATHÉMATIQUES  
BUCAREST

ECOMath

# Théorie du potentiel et EDP non-linéaires

*22, 23 Novembre 2018, Bucarest, Roumanie*

## Conférenciers Invités:

**Cristian Bereanu** (Bucarest)

**Lucian Beznea** (Bucarest)

**Mounir Bezzarga** (Tunis)

**Iulian Cimpan** (Bucarest)

**Maria Malin** (Craiova)

**Ionel Popescu** (Atlanta et Bucarest)

**Ionel Roventa** (Craiova)

**Muhammed Uludag** (Istanbul)

Atelier de travail organisé dans le cadre du  
Centre Francophone en Mathématiques Bucarest et GDRI ECO-Math,  
par l'Institut de Mathématique "Simion Stoilow" de l'Académie Roumaine,  
avec le support partiel de **Bitdefender** et du projet ID PCE-2016-0372

L'atelier commencera jeudi, le 22 novembre 2018, à 09:30,

à l'Institut de Mathématique "Simion Stoilow", **Amfiteatrul "Miron Nicolescu"**

Une session speciale pour les étudiants en thèse  
sera organisé vendredi, le 23 novembre 2018

**Atelier de travail en Théorie du potentiel et EDP non-linéaires**  
**22, 23 Novembre 2018, Bucarest, Roumanie**

à l'Institut de Mathématique "Simion Stoilow" de l'Académie Roumaine, Amfiteatrul "Miron Nicolescu"

<b>Jeudi, le 22 novembre 2018</b>		<b>Vendredi, le 23 novembre 2018</b>	
09:30-10:15	Muhamed Uludag	09:30-10:00	Ionel Popescu
10:30-11:15	Maria Malin	10:10-10:40	Lucian Beznea
<i>Café</i>		10:50-11:20	Iulian Cimpean
11:45-12:30	Mounir Bezzarga	11:50-13:00	Session spéciale pour les étudiants en thèse
<i>Déjeuner</i>		<i>Déjeuner</i>	
15:00-15:45	Ionel Roventa		
<i>Café</i>			
16:15-17:00	Cristian Bereanu		

**Liste des exposés:**

**Cristian Bereanu** (Bucarest) : L'équation de la force de Lorentz

**Lucian Beznea** (Bucarest) : Processus de Markov sur la frontière, pour les problèmes de Neumann et Robin

**Mounir Bezzarga** (Tunis) : Sur un problème fractionnaire à exposant variable

**Iulian Cimpean** (Bucarest) : Sur les différences de fonctions surharmoniques

**Maria Malin** (Craiova) : Nouvelles majorations de la distance entre deux surfaces en fonction de la distance entre leurs formes fondamentales

**Ionel Popescu** (Bucarest) : Les estimations de Girsanov et gradient sur les variétés

**Ionel Roventa** (Craiova) : Approximation optimale des contrôles internes pour un problème de type hyperbolique avec Laplacien fractionnel

**Muhammed Uludag** (Istanbul) : Le conumérateur et une symétrie subtile de la mesure de Lebesgue

**Session spéciale pour les étudiants en thèse : Ana-Maria Boeangiu, Alexandra Teodor** (Bucarest), **Mohamed Salah** (Tunis)

# Théorie du potentiel et EDP non-linéaires

Bucarest, Novembre, 22, 23, 2018

## RÉSUMÉS

### L'ÉQUATION DE LA FORCE DE LORENTZ

**Cristian Bereanu (Bucarest, e-mail: cristian.bereanu@imar.ro)**

Dans cet exposé nous allons montrer le lien entre le lagrangien de Poincaré et la Théorie des Points Critiques.

### PROCESSUS DE MARKOV SUR LA FRONTIÈRE POUR LES PROBLÈMES DE NEUMANN ET ROBIN

**Lucian Beznea (Bucarest, e-mail: lucian.beznea@imar.ro)**

Nous étudions le processus de Markov sur le bord d'un ouvert lipschitzien euclidien, associé aux problèmes de Neumann et Robin. On donne une construction d'un semigroup sous-markovien sur le bord, engendré par la condition au bord. Le problème de Robin est traité avec une méthode de perturbation de type Kato dans les espaces  $L^p$ , en utilisant la correspondance de Revuz. L'exposé est basé sur un travail en commun avec **Speranța Vlădoiu**.

### SUR UN PROBLÈME FRACTIONNAIRE À EXPOSANT VARIABLE

**Mounir Bezzarga (Tunis, e-mail: mounir.bezzarga@yahoo.fr)**

Nous étudions le problème  $p(x)$ -Laplacien fractionnaire avec exposants variables

$$\begin{cases} \mathcal{L}u + |u|^{q(x)-2}u = \lambda \frac{\partial F}{\partial u}(x, u), & x \in \Omega, \\ u = 0, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

où  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ ,  $N \geq 2$ , est un domaine borné régulier,  $F \in C^1(\bar{\Omega} \times \mathbb{R}, \mathbb{R})$ ,  $\lambda > 0$  et  $q$  est une fonction continue sur  $\bar{\Omega}$ .

ON THE DIFFERENCES OF SUPERHARMONIC FUNCTIONS  
[SUR LES DIFFÉRENCES DES FONCTIONS SURHARMONIQUES]

**Iulian Cîmpean (Bucarest, e-mail: iulian.cimpean@imar.ro)**

The correspondence between (super) martingales and (super) harmonic functions stands as a corner stone for potential theory of Markov processes. In this talk we present a recent result which strengthens this bridge, namely we show that differences of superharmonic (or excessive) functions correspond to quasimartingales. If time allows, we shall explain how the quasimartingale property is preserved under standard transformations of Markov processes, through differences of excessive functions. Based on joint work with **Lucian Beznea**.

NOUVELLES MAJORATIONS DE LA DISTANCE ENTRE DEUX  
SURFACES EN FONCTION DE LA DISTANCE ENTRE LEURS  
FORMES FONDAMENTALES

**Maria Mălin (Craiova, e-mail: malinmaria@yahoo.com)**

Une inégalité de Korn non linéaire sur une surface est toute majoration de la distance, à une isométrie propre de  $\mathbb{R}^3$  près, entre deux surfaces évaluée à l'aide d'une norme appropriée (le "membre de gauche" de l'inégalité) en fonction des distances entre leurs trois formes fondamentales évaluée à l'aide de normes appropriées (le "terme de droite" de l'inégalité).

GIRSANOV AND GRADIENT ESTIMATES ON MANIFOLDS  
[LES ESTIMATIONS DE GIRSANOV ET GRADIENT SUR LES  
VARIÉTÉS]

**Ionel Popescu (Atlanta et Bucarest, e-mail: ioionel@gmail.com)**

We will show an interesting way of getting gradient estimates for solutions of heat equation on manifolds with the help of Girsaniv transformations. We will show some new inequalities which are obtained from a general principle. This is ongoing work with Elton Hsu/

# APPROXIMATION OPTIMALE DES CONTROLES INTERNES POUR UN PROBLÈME DE TYPE HYPERBOLIQUE AVEC LAPLACIEN FRACTIONNEL

**Ionel Roventă (Craiova, e-mail: ionelroventa@yahoo.com)**

Nous considérons un schéma semi-discret aux différences finies pour l'approximation des contrôles internes d'un problème d'évolution unidimensionnel de type hyperbolique impliquant le Laplacien fractionnel spectral. Le problème continu est contrôlable en temps arbitrairement petit. Cependant, les oscillations numériques parasites à haute fréquence entraînent une perte de la propriété de contrôlabilité uniforme (par rapport à la taille du maillage) du modèle semi-discret. Pour toutes les données initiales dans l'espace d'énergie naturelle, si nous filtrons les hautes fréquences de ces données initiales de manière optimale, nous restaurons la propriété de contrôlabilité uniforme en temps arbitrairement petit. La démonstration consiste principalement sur une méthode des moments (non classique).

## LE CONUMÉRATEUR ET UNE SYMÉTRIE SUBTILE DE LA MESURE DE LEBESGUE

**Muhammed Uludag (Istanbul, e-mail: muhammed.uludag@gmail.com)**

Nous représentons la mesure de Lebesgue comme une mesure au bord de l'arbre de Farey et nous montrons que cette représentation admet une certaine symétrie induite par l'automorphisme extérieure du groupe  $PGL(2, \mathbb{Z})$ . Cet automorphisme est relié à une fonction arithmétique que nous appelons le conumérateur. Notre approche donne lieu à des certaines mesures sur l'intervalle unitaire qui peuvent être signifiante du point de l'arithmétique.