Méthodes inverses pour les problèmes de détermination de conditions aux limites

Projet de Recherche soumis dans le cadre du L.E.A. Maths-Mode

Franck DELVARE, Liviu MARIN

1 Participants

- **Franck Delvare**, Professeur, Université de Caen Basse-Normandie, Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme (LMNO), Groupe de Modélisation Mathématique Mécanique et Numérique (GM3N). E-mail : franck.delvare@unicaen.fr
- **Liviu Marin**, Professeur, Département de Mathématiques, Faculté de Mathématiques et d'Informatique, Université de Bucarest et Chercheur-Senior I (Institut de Mécanique des Solides, Académie Roumaine). E-mails : marin.liviu@gmail.com; liviu.marin@fmi.unibuc.ro

2 Description du projet

2.1 Contexte de l'étude

Les problèmes inverses interviennent dans de nombreux domaines de l'ingénierie, comme par exemple, en thermique ou en mécanique, et trouvent des applications dans le contrôle non destructif, en mécanique de la rupture ou dans le domaine médical. Les problèmes inverses se définissent par opposition aux problèmes directs. Ces derniers sont des problèmes où sont connues :
(i) la géométrie du domaine ;
(ii) les équations d'équilibre ;
(iii) la loi de comportement ;
(iv) les conditions aux limites sur toute la frontière du domaine et, si nécessaire, les conditions initiales.
Par opposition, un problème inverse est caractérisé par l'absence d'au moins une de ces informations. Ainsi, de nombreux problèmes de la physique, comme par exemple, l'identification :
(a) de frontières, de cavités ou de fissures ;
(b) de paramètres matériau ;
(c) de conditions aux limites inaccessibles à la mesure (complétion de données) ;
(d) de conditions initiales ;
sont alors considérés comme des problèmes inverses.

Au sens mathématique, les problèmes directs sont considérés comme des problèmes bien posés. C'est à dire, qu'ils ont une unique solution qui dépend continûment des données contrairement aux problèmes inverses qui sont généralement des problèmes mal posés au sens d'Hadamard, puisque l'existence, l'unicité ou la dépendance continue de leurs solutions par rapport aux données ne peuvent pas être garanties. De ce fait, la résolution des problèmes inverses ne peut donc se faire par les techniques usuelles utilisées pour résoudre les problèmes directs.

2.2 Travaux antérieurs

Dans des travaux antérieurs, F. Delvare et ses collaborateurs se sont intéressés à la résolution d'un problème modèle de complétion de données qui est le problème de Cauchy pour l'équation de Laplace. Il consiste à identifier des conditions aux limites inaccessibles à la mesure (température et flux de chaleur par exemple) sur une partie de la frontière du domaine à partir de données

surabondantes (température et flux de chaleur par exemple) sur la partie complémentaire de cette frontière. Dans ce cas, l'équation d'équilibre, la loi de comportement, le domaine ainsi que sa frontière sont connus.
Ils ont aussi proposé une nouvelle méthode de régularisation (méthode de régularisation évanescente). L'idée essentielle est de distinguer les quantités fiables des quantités non fiables. Cette distinction est réalisée en faisant l'hypothèse que l'équation d'équilibre est vérifiée exactement et qu'elle représente bien le phénomène physique que l'on veut modéliser alors que les conditions aux limites auxquelles nous avons accès peuvent être entachées d'erreurs. Ces erreurs peuvent provenir de l'expérimentation et correspondre à un bruit de mesure. La méthode inverse proposée, qui n'est pas spécifique au problème modèle, repose donc sur l'idée de rechercher parmi toutes les solutions de l'équilibre (dans ce cas l'opérateur n'est pas perturbé) celle qui s'approche au mieux des conditions aux limites accessibles à la mesure, c'est à dire de définir la solution du problème de Cauchy en tant qu'élément proximal et permettre la relaxation, ainsi que le débruitage, des données. Ils ont aussi montré que la méthode de régularisation évanescente n'est pas une méthode spécifique à la résolution du problème de Cauchy associé à l'équation de Laplace, mais qu'elle est généralisable pour résoudre des problèmes de complétion de données régis par d'autres opérateurs elliptiques. Elle a notamment été utilisée en mécanique des solides, pour la résolution de problèmes de complétion de données en élasticité linéaire. Ils ont ensuite présenté la méthode de complétion de données comme un préalable à l'identification. Elle est, par exemple, combinée, à la méthode d'écart à la réciprocité, pour l'identification de fissures à partir de mesures thermiques, lorsque les données de température et de flux de chaleur ne sont pas accessibles sur toute la frontière du domaine. Elle a aussi permis a posteriori, l'identification de frontières inconnues comme par exemple des zones de contact ou l'identification de paramètres comme le coefficient de frottement qui intervient dans la loi de Coulomb.

La méthode des solutions fondamentales (MFS) est une méthode de collocation sans maillage. Elle appartient à la famille des méthodes dites de Trefftz, et peut être considérée comme une approximation de la méthode des éléments de frontière (BEM). Elle est applicable aux problèmes aux limites pour lesquels une solution fondamentale de l'opérateur est connue. En dépit de cette restriction, la MFS est devenue très populaire principalement en raison de sa simplicité de mise en oeuvre, en particulier pour la résolution de problèmes présentant des géométries complexes, mais aussi de son faible coût de calcul. Il convient aussi de signaler que la MFS peut être utilisée en conjonction avec une technique d'extraction de singularités (SST) pour résoudre des problèmes présentant des singularités de géométrie et/ou de solution. La solution standard de l'équation aux dérivées partielles est alors augmentée en utilisant des solutions singulières appropriées. Il est aussi important de noter que la MFS ne fait pas intervenir d'intégration. Cela représente clairement un avantage par rapport à la méthode des éléments de frontière (BEM) où les intégrations peuvent être potentiellement compliquées et singulières. En outre, la MFS est une méthode de collocation sur la frontière, et par conséquent seule la frontière du domaine doit être discrétisée, ce qui présente un autre avantage par rapport à certaines méthodes, telles que la méthode des éléments finis (MEF) ou celle des différences finies (FDM), où il est nécessaire de discrétiser intégralement le domaine.

Au cours de la dernière décennie, L. Marin et ses collaborateurs ont travaillé aux développements d'algorithmes, performants, précis et stables, utilisant la MFS pour résoudre de nombreux problèmes inverses. Ils se sont, entre autres, intéressés à des problèmes inverses 2D et 3D associés à l'élasticité linéaire, à la conduction thermique dans les matériaux isotropes ou anisotropes, à la thermoélasticité linéaire mais aussi à des problèmes régis par les opérateurs bilaplacien ou de type Helmholtz. Plus précisément, ils ont résolus des problèmes inverses d'identification de conditions aux limites (associés aux EDP mentionnées précédemment) en utilisant la MFS soit de manière non itérative (par exemple en la combinant à une régularisation de Tikhonov ou à une décomposition en valeurs singulières), soit dans une procédure itérative (par exemple en utilisant l'algorithme itératif alternatif de Kozlov et al. ou la méthode de régularisation évanescente). Ils se sont aussi intéressés à plusieurs problèmes inverses géométriques (associés aux mêmes EDP), comme l'identification non destructive d'inclusions ou encore de frontière inconnue. Ils ont alors combiné la MFS avec l'optimisation d'une fonctionnelle (éventuellement non linéaire) appropriée. Enfin, ils se sont récemment intéressés à un problème inverse plus difficile, à savoir la détermination simultanée d'une frontière inconnue (corrodée) et de son admittance. Ils ont pour cela combiné la MFS avec l'optimisation d'une fonctionnelle de type Tikhonov.

La collaboration entre F. Delvare et L. Marin a débuté récemment. En effet, le Professeur Liviu Marin a été accueilli, en janvier 2015, au sein du LMNO à l'université de Caen Basse-Normandie et durant son séjour la méthode de régularisation évanescente a été implémentée, dans le cas de l'élasticité linéaire, avec la méthode des solutions fondamentales (MFS).

2.3 Travaux de recherche envisagés

Les travaux envisagés concernent des aspects théorique et numérique où il s'agira d'étendre les domaines d'application de la méthode de régularisation évanescente avec la mise en place de modélisations et de méthodes numériques encore plus performantes et, en particulier, en utilisant la méthode des solutions fondamentales (MFS).
Les travaux concerneront aussi l'extension de la méthode de régularisation évanescente à d'autres problèmes de la physique modélisés par des équations aux dérivées partielles elliptiques. Comme par exemple, les problèmes gouvernés par l'équation d'Helmholtz où l'on recherche les solutions stationnaires de l'équation de propagation des ondes. Ces problèmes sont rencontrés dans le domaine médical ou en acoustique. La méthode pourra aussi être étendue à la résolution des problèmes de complétion de données associé à l'équation de Stokes qui permet en particulier de décrire les écoulements de liquide dans les dispositifs micro-fluidiques. Les travaux s'attacheront aussi à l'extension des champs d'application à des problèmes de contrôle non destructif, comme l'identification de défauts (fissures, inclusions, trous, hétérogénéités, tumeurs,...).

Pour information, sur un sujet de recherche proche, une demande d'allocation de thèse région, a été déposée (13 février 2015) par F. Delvare et est soutenue par la direction du LMNO. Cette demande a été présélectionnée par l'école doctorale SIMEM et est transmise à la région Basse-Normandie. L'obtention du financement sera connue à la fin juin, si tel est le cas une partie des travaux de cette thèse rentreront dans le cadre du projet.

3 Visites envisagées et financement demandé au L.E.A.

Les visites envisagées sont :
- Visite de Franck Delvare à Bucarest - 2 semaines fin 2015
- Visite de Liviu Marin à Caen - 2 semaines début 2016
- Visite du (de la) doctorant(e) (si financement accepté) de Franck Delvare à Bucarest - 2 semaines (fin 2015 -début 2016)

Le financement demandé au L.E.A. correspond aux frais de voyage, aux frais d'hébergement et au per diem pour les différents séjours.

4 Notice Individuelle de F. Delvare

Franck DELVARE
Date de naissance : 7 octobre 1972
Adresse professionnelle : Université de Caen Basse-Normandie, Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme, UMR CNRS 6139, BP 5186, F 14032 Caen Cedex
Adresse électronique : franck.delvare@unicaen.fr
Téléphone : +33 2 31 56 74 80
Fax : +33 2 31 56 73 20
Page web : http://www.meca.unicaen.fr/~delvare/

Formation

2011	Habilitation à Diriger des Recherches de l'Université d'Orléans *Spécialité Mécanique - Génie Mécanique* - 20 octobre 2011
1997 - 2000	Doctorat de l'Université de Poitiers *Mention Mécanique des Solides et des Matériaux* préparé au Laboratoire de Modélisation Mécanique et de Mathématiques Appliquées (L3MA) sous la direction du Professeur Alain Cimetière
1995 - 1996	Diplôme d'Etudes Approfondies de Mécanique - Université de Poitiers
1993 - 1996	Ingénieur en Mécanique de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique de Poitiers (E.N.S.M.A.) *Option Structures et Sciences des Matériaux*

Parcours professionnel

depuis Sept. 2012	Professeur des Universités - Université de Caen Basse-Normandie Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme UMR CNRS 6139
Sept. 2001 - août 2012	Maître de conférences - ENSI de Bourges 2008- 2012 Institut PRISME UPRES EA 4229 2001- 2007 Laboratoire Energétique Explosions Structures UPRES EA 1205
Oct. 2000 - août 2001	Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche - Université de Poitiers (demi-poste)
Oct. 1997 - sep. 2000	Allocataire Moniteur de l'Enseignement Supérieur - Université de Poitiers

Thèmes de Recherche

Problèmes inverses et identification (proposition de nouvelles techniques régularisantes pour les problèmes de complétion de données, mises en oeuvre numériques et applications à l'identification,...)

Publications

17 Publications dans des revues à comité de lecture
1 Chapitre d'ouvrage
31 Conférences avec comité scientifique, dont 13 dans des congrès internationaux et 1 invitée
10 Rapports de recherche, dont 7 rapports de contrat industriel.

5 Notice Individuelle de L. Marin

Liviu MARIN
Date de naissance : 2 juillet 1969
Adresse professionnelle : Département de Mathématiques, Faculté de Mathématiques et d'Informatique, Université de Bucarest, str. Academiei 14, 010014 Bucarest, Roumanie
Adresse électronique : marin.liviu@gmail.com; liviu.marin@fmi.unibuc.ro
Téléphone : +40-752-172867
Fax : +40-21-315-6990
Page web : http://fmi.unibuc.ro/ro/departamente/matematica/

Formation

2014	Habilitation à Diriger des Recherches de l'Université de Bucarest *Spécialité Mathématiques*
1999 - 2002	Doctorat en Mathématiques Appliquées, Université de Leeds, Département de Mathématiques Appliquées, Leeds, Royaume-Uni, sous la direction du Dr. Lionel Elliott, Professeur Derek B. Ingham et Professeur Daniel Lesnic
1996 - 1998	Master en Mathématiques Industrielles, Université de Kaiserslautern, Département de Mathématiques Appliquées, Kaiserslautern, Allemagne
1995 - 1996	Diplôme d'Etudes Approfondies en Mécanique des Milieux Continus, Université de Bucarest, Faculté de Mathématiques, Département de Mathématiques-Mécanique, Bucarest, Roumanie
1989 - 1994	Bachelor en Mathématiques-Mécanique, Université de Bucarest, Faculté de Mathématiques, Département de Mathématiques-Mécanique, Bucarest, Roumanie

Parcours professionnel

depuis Oct. 2013	Professeur des Universités - Département de Mathématiques, Faculté de Mathématiques et d'Informatique, Université de Bucarest
depuis Oct. 2013	Chercheur-Senior I - Institut de Mécanique des Solides, Académie Roumaine (demi-poste)
2010 - 2013	Chercheur-Senior II - Institut de Mécanique des Solides, Académie Roumaine
2010 - 2013	Chercheur-Senior II - Centre de Mécanique des Milieux Continus, Faculté de Mathématiques et d'Informatique, Université de Bucarest (demi-poste)
2009 - 2010	Chercheur-Senior III - Centre de Mécanique des Milieux Continus, Faculté de Mathématiques et d'Informatique, Université de Bucarest (demi-poste)
2008 - 2009	Chercheur-Senior II - Institut de Mécanique des Solides, Académie Roumaine
2005 - 2007	Post-Doctorat - Ecole de Mécanique, Matériaux et Techniques de Production, Université de Nottingham, Nottingham NG7 2RD, Royaume-Uni
2002 - 2005	Post-Doctorat - École de la Terre et de l'Environnement, Centre de l'Environnement, Université de Leeds, Leeds LS2 9JT, Royaume-Uni
1994 - 1998	Assistant de Recherche - Institut National de Recherche et de Développement en Microtechnologies, 126A Erou Iancu Nicolae, 077190 Bucarest, Roumanie

Invitation de Recherche

1. Université de Leeds, Département de Mathématiques Appliquées, Royaume-Uni (2008 ; 2011 ; 2013), invité par Prof. D. Lesnic
2. Université de Chypre, Département de Mathématiques et Statistiques, Chypre (2009 ; 2010 ; 2011 ; 2013), invité par Prof. A. Karageorghis
3. Université d'Oxford Brookes, Departement d'Ingénierie Mécanique de Sciences Mathématiques, Royaume-Uni (2012 ; 2013), invité par Dr. C. Sebu

4. Université de Caen, Département de Mathématique et Mécanique, Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme, France (2015), invité par Prof. F. Delvare

Projets de Recherche

1. UK Royal Society, UK, 2002-2003 (chercheur)
2. Engineering and Physical Sciences Research Council (EPSRC) GR/R25507/01, UK, 2002-2004 (chercheur)
3. Government of Andalusia, Spain, 2004 (chercheur)
4. Engineering and Physical Sciences Research Council (EPSRC) GR/T22445/01, UK, 2005-2008 (chercheur)
5. Romanian National Authority for Scientific Research in Higher Education (CNCSIS) PN II-ID-PCE-1248/2008, Contract no. 567/2009, Romania, 2009-2011 (chercheur)
6. Romanian National Authority for Scientific Research in Higher Education (CNCSIS) PN II-ID-PCCE-100/2009, Contract no. 6/2010, Romania, 2010-2013 (chercheur)
7. Romanian National Authority for Scientific Research (CNCS-UEFISCDI) PN II-ID-PCE-2011-3-0521, Contract no. 144/2011, Romania, 2011-2014 (chercheur et responsable du projet)

Prix et Récompenses

"Spiru Haret" Prix de l'Académie Roumaine pour l'année 2010 (décerné en 2012)

Thêmes de Recherche

Problèmes Inverses, Régularisation, Mécanique Numérique, Méthodes des Eléments de Frontière, Méthodes sans Maillage

Publications

- 1 livre (co-editeur), Publishing House of the Romanian Academy (Roumanie)
- 8 chapitres de livre
- 80 Publications dans des journaux à comité de lecture (ISI)
- 36 publications dans des Proceedings de conférences internationales
- 21 autres publications

Impact de la recherche

1271 citations (auto-citations exclues), durant la période allant de Janvier 2002 à Février 2015, pour les articles de revue, proceedings dans des conférences internationales, livres, chapitres de livre, rapports de masters, Doctorat ou d'Habilitation.
Hirsch Index : 20 (Scopus)
Researcher ID : http://www.researcherid.com/rid/C-4726-2011
Scopus Author ID : http://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=7102404470
ORCID ID : http://orcid.org/0000-0003-4009-1181
Google Scholar ID : http://scholar.google.co.uk/citations?user=bDR2bscAAAAJ&hl=en
Research Gate ID : https://www.researchgate.net/profile/Liviu_Marin

Références

[1] Cimetière, A., Delvare, F., Pons, F., 2000. Une méthode inverse avec régularisation évanescente. *CRAS Paris, Tome IIb,* **328**, 639–644.

[2] Cimetière, A., Delvare, F., Jaoua, M., Pons, F., 2001. Solution of the Cauchy problem using iterated Tikhonov regularisation. *Inverse Problems*, **17**, 553–570.

[3] Cimetière, A., Delvare, F., Jaoua, M., Pons, F., 2002a. An inversion method for harmonic functions reconstruction. *International Journal of Thermal Sciences*, **41**, 509–516.

[4] Cimetière, A., Delvare, F., Pons, F., 2005. Une méthode inverse d'ordre un pour les problèmes de complétion de données. *Comptes Rendus Mécanique*, **333**, 123–126.

[5] Delvare, F., Cimetière, A., Pons, F., 2002. An iterative boundary element method for Cauchy inverse problems. *Computational Mechanics*, **28**, 291–302.

[6] Delvare, F., Cimetière, A., 2008. A first order method for the Cauchy problem for the Laplace equation using BEM. *Computational Mechanics*, **41**, 789–796.

[7] Delvare, F., Cimetière, A., Hanus, J. L., Bailly, P., 2010. An iterative method for the Cauchy problem in linear elasticity with fading regularization effect. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **199**, 3336–3344.

[8] Delvare, F., Cimetière, A., 2011. A robust data completion method for two dimensional Cauchy problems associated with the Laplace equation. *European Journal of Computational Mechanics*, **20**, 309–340.

[9] Durand, B., Delvare, F., Bailly, P., 2011. Numerical solution of Cauchy problems in linear elasticity in axisymmetric situations. *International Journal of Solids and Structures*, **48**, 3041–3053.

[10] Marin, L., Elliott, L., Ingham, D. B., Lesnic, D., 2001. Boundary element method for the Cauchy problem in linear elasticity. *Engineering Analysis with Boundary Elements* **25**, 783–793.

[11] Marin, L., Elliott, L., Ingham, D. B., Lesnic, D., 2002a. Boundary element regularization methods for solving the Cauchy problem in linear elasticity. *Inverse Problems in Engineering* **10**, 335–357.

[12] Marin, L., Hào, D. N., Lesnic, D., 2002b. Conjugate gradient-boundary element method for the Cauchy problem in elasticity. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics* **55**, 227–247.

[13] Marin, L., Lesnic, D., 2002a. Regularized boundary element solution for an inverse boundary value problem in linear elasticity. *Communications in Numerical Methods in Engineering* **18**, 817–825.

[14] Marin, L., Lesnic, D., 2002b. Boundary element solution for the Cauchy problem in linear elasticity using singular value decomposition. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **191**, 3257–3270.

[15] Marin, L., Lesnic, D., 2004. The method of fundamental solutions for the Cauchy problem in two-dimensional linear elasticity. *International Journal of Solids and Structures* **41**, 3425–3438.

[16] Marin, L., 2005. A meshless method for solving the Cauchy problem in three-dimensional elastostatics. *Computers & Mathematics with Applications* **50**, 73–92.

[17] Marin, L., Lesnic, D., 2005. Boundary element-Landweber method for the Cauchy problem in linear elasticity. *IMA Journal of Applied Mathemstics* **18**, 817–825.

[18] Marin, L., 2009. The minimal error method for the Cauchy problem in linear elasticity. Numerical implementation for two-dimensional homogeneous isotropic linear elasticity. *International Journal of Solids and Structures* **46**, 957–974.

[19] Marin, L., Johansson, B. T., 2010a. A relaxation method of an alternating iterative algorithm for the Cauchy problem in linear isotropic elasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **199**, 3179–3196.

[20] Marin, L., Johansson, B. T., 2010b. Relaxation procedures for an iterative MFS algorithm for the stable reconstruction of elastic fields from Cauchy data in two-dimensional isotropic linear elasticity. *International Journal of Solids and Structures* **47**, 3462–3479.