SUBIECTE EXAMEN SNSB – 2003

1. Există polinoame ireductibile în $\mathbb{Z}[X]$, de grad 60 şi care au un multiplu de forma $X^n - 1$? Câte anume?

2. Fie $f = X^4 + X^2 \in \mathbb{Z}_2[X]$. Determinaţi:

a) gradul,

b) elementele algebrice separabile (altfel spus închiderea algebrică separabilă),

c) grupul Galois

ale extinderii de corpuri $\mathbb{Z}_2(f) \subset \mathbb{Z}_2(X)$.

3. Fie $A = \mathbb{Z}[X,Y]/(pX, pY)$, unde p este un număr prim. Fie q un ideal prim, nemaximal in A, care conţine pA. Arătaţi că inelul de fracţii A_q este factorial.

4. Să se arate că hipercuadricele $X, Y \subset \mathbb{R}^4$, definite prin

$$X = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = x_4^2\}$$

şi

$$Y = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1^2 + x_2^2 = x_3^2 + x_4^2\}$$

nu sunt homeomorfe (nu există $f : X \to Y$ bijectivă, continuă, cu inversa continuă).